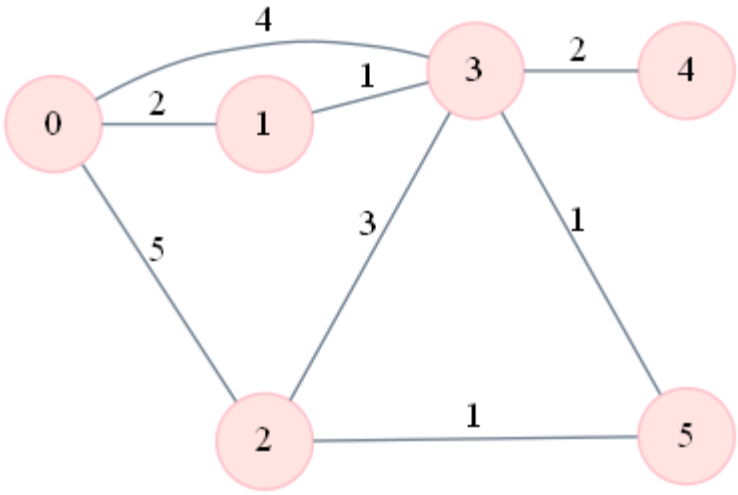
Structures de données relationnelles : les graphes

On rappelle trois implémentations possible de la struture de graphe :

- sous forme de matrice d'adjacence
- sous forme de dictionnaire de listes de successeur
- sous forme de classe

On donne le graphe suivant. Ecrire sa matrice d'adjacence et son dictionnaire de listes de successeurs. On peut aussi construire une deuxième liste de successeurs du graphe en considérant qu'il n'est pas pondéré.



In [ ]:
```
g_mat = []

g_suc = {}

g_suc_np = {}
```

La classe graphe est donnée ci-dessous. Créer l'objet correspond au graphe précédent.

In [ ]:
```
class Node:
    """
    Classe représentant les sommets d'un graphe
    Attributs :
    nom : le nom du sommet. Pas de type prédéfini (peut être aussi bien une chaîne qu'un entier ou autre,
        cette dernière possibilité étant déconseillé ceci dit)
    traité : booléen pour savoir si le sommet a été traité lors d'un parcours par exemple
    """
    def __init__(self,nom):
        self.nom =nom
        self.traite = False
    def __repr__(self):
        return f' {self.nom} '


class Edge:
    """
    Classe représentant les arcs d'un graphe orienté et éventuellement pondéré
    Attributs :
    depart, arrivee : objets de type Node (sommet), sommets de départ et d'arrivée.
    poids : entier ou flottant donnat le poids de l'arête.
            Pour un graphe non pondéré, on peut fixer ce poids systématiquement à 1
    """
    def __init__(self, depart, arrivee, poids):
        self.depart = depart
        self.arrivee = arrivee
        self.poids = poids
    def __repr__(self):
        return f' ({self.depart},{self.arrivee}, poids {self.poids})'

class Graphe:
    """
    Classe implémentant un graphe. Si le graphe n'est pas orienté, il faut doubler les arcs (d -> a et a -> d)
    pour obtenir un arête. Un graphe non pondéré aura tous les poids des arêtes à 1.
    Attributs :
    nom : chaîne (a priori), nom du graphe
    listeNoeuds : liste d'objets de type Node
    listeAretes : liste d'objets de type Edge
    pondere : booléen Vrai si le graphe est pondéré et faux sinon

    Méthodes :
    addNode : ajoute un noeud de nom donné
    addEdge : ajoute une arête du noeud1 vers le noeud2, de poids 1 si le grpahe n'est pas pondéeé
    """
    def __init__(self, nom, pondere):
        self.nom=nom
```

```
        self.listeNoeuds=[]
        self.listeAretes=[]
        self.pondere = pondere

    def addNode(self,nomNoeud):
        # vérifie si le noeud du nom entré existe
        for elN in self.listeNoeuds:
            if nomNoeud == elN.nom:
                return elN
        noeud=Node(nomNoeud)    # sinon le crée
        self.listeNoeuds.append(noeud)
        return noeud

    def addEdge(self, nomNd1, nomNd2, poids = 1):
        # G.addNode(nomNd1) crée le noeud dont le
        # nom est passé en paramètre
        Nd1=self.addNode(nomNd1)
        Nd2=self.addNode(nomNd2)
        for elA in self.listeAretes:
            # on vérifie si l'arête est déjà là
            if nomNd1 == elA.depart.nom and nomNd2 == elA.arrivee.n
om:
                return
        arete=Edge(Nd1,Nd2,poids)      # crée une arête entre Nd1 e
t Nd2
        self.listeAretes.append(arete)

    def __repr__(self):
        c_s = ""
        for s in self.listeNoeuds :
            c_s = c_s + s.__repr__()
        c_a = ""
        for a in self.listeAretes :
            c_a = c_a + a.__repr__() +"\n"
        return "\nNom : "+ self.nom + "\nSommets : " + c_s + "\nAre
tes : \n" + c_a
```

Fonctions de conversion

Ecrire les fonctions permettant de passer d'une implémentation à une autre.
Au minimum : de matrice d'adjacence vers liste de successeurs et vice-versa. Si possible, de liste d'adjacence vers objet et vice-versa, puis de matrice d'adjacence vers objet et vice-versa.
On pourra tester le programme avec les exemples précédemment faits.

In [1]:
```
def suc2Mat(g_s, pondere = False):
    """
    Convertit le dictionnaires de listes de successeur d'un graphe
    en matrice d'adjacence.
    @param g_s : dictionnaire de listes de successeurs d'un graphe
(orienté ou non)
    @param pondere : Booléen vrai si le graphe est pondéré
    @return g_m : liste de listes, matrice d'adjacence du graphe
    """

    return(g_m)

def mat2Suc(g_m, pondere = False):
    """
    Convertit la martrice d'adjacence d'un graphe
    en dictionnaires de listes de successeur.
    @param g_m : liste de listes, matrice d'adjacence d'un graphe
(orienté ou non)
    @param pondere : Booléen vrai si le graphe est pondéré
    @return g_s : dictionnaire de listes de successeurs du graphe
    """

    return(g_s)

def suc2Obj(g_s, nom, pondere = False):
    """
    Convertit le dictionnaires de listes de successeur d'un graphe
    en objet de type Graphe.
    @param g_s : dictionnaire de listes de successeurs d'un graphe
(orienté ou non)
    @param nom : chaine de caractères, nom du graphe
    @param pondere : Booléen vrai si le graphe est pondéré
    @return g_o : objet de type Graphe
    """

    return g_o

def obj2Suc(g_o):
    """
    Convertit un objet de type Graphe en dictionnaires de listes de
successeur du graphe
    @param g_o : dictionnaire de listes de successeurs d'un graphe
(orienté ou non)
    @return g_s : dictionnaire de listes de successeurs du graphe
    """

    return g_s

def mat2Obj(g_m, nom, pondere = False):
    """
    Convertit le dictionnaires de listes de successeur d'un graphe
    en objet de type Graphe.
    @param g_m : liste de listes, matrice d'adjacence d'un graphe
(orienté ou non)
    @param nom : chaine de caractères, nom du graphe
```

```
    @param pondere : Booléen vrai si le graphe est pondéré
    @return g_o : objet de type Graphe
    """

    return g_o

def obj2Mat(g_o):
    """
    Convertit un objet de type Graphe en dictionnaires de listes de
successeur du graphe
    @param g_o : dictionnaire de listes de successeurs d'un graphe
(orienté ou non)
    @return g_m : mtrice d'adjacence du graphe
    """

    return g_m
"""
assert mat2Suc(g_mat, True) == g_suc
assert suc2Mat(g_suc, True) == g_mat
assert mat2Suc(suc2Mat(g_suc_np)) == g_suc_np
print("conversion liste de successeurs -> objet")
print(suc2Obj(g_suc, "g objet",True))
print("conversion objet -> listes de successeurs")
print(g_suc)
g_s_b = obj2Suc(g_obj)
print(g_s_b)
#assert g_s_b == g_suc
# regarder la différence entre les deux représentations précédentes
print("\nconversion matrice d'adjacence -> objet")
print(mat2Obj(g_mat, "g objet",True))
print("\nconversion objet -> matrice d'adjacence")
print(g_mat)
print(obj2Mat(g_obj))
# assert obj2Mat(g_obj) == g_mat
# regarder la différence entre les deux représentations précédentes
(et constater les limites des assertions)
"""
print()
```

Fonctions de parcours

Implémenter les algorithmes de parcours en largeur et en profondeur. On utilisera l'implémentation de son choix. Pour ceux qui doutent de l'implémentation à utiliser, privilégiez plutôt celle par listes de successeurs. L'algorithme est plus rapide qu'avec la matrice d'adjacence, et par ailleurs il n'y a pas à gérer l'aspect objet qui peut faire peur.
Pour la structure de pile, on pourra utiliser simplement une liste Python, avec `append` / `pop` pour empiler/dépiler. Pour la structure de file, si possible utilisez la bibliothèque `deque` avec `append` / `popleft` pour enfiler/défiler. En cas d'allergie à cette bibliothèque, utilisez une liste Python et `pop(0)` pour défiler (rappel : c'est beaucoup plus lent).

In [ ]:
```
from collections import deque

def dfs(g_s, depart, pondere = False):
    """
    Parcours en profondeur d'un graphe donné sous forme de liste de
successeurs
    @param g_s : dictionnaire des listes de successeurs du graphe
    @param depart : entier, sommet de départ du parcours
    @param pondere : Booléen vrai si le graphe est pondéré
    @return parkour_p : liste des sommets parcours en profondeur
    """

    return parkour_p

def bfs(g_s, depart, pondere = False):
    """
    Parcours en largeur d'un graphe donné sous forme de liste de su
ccesseurs
    @param g_s : dictionnaire des listes de successeurs du graphe
    @param depart : entier, sommet de départ du parcours
    @param pondere : Booléen vrai si le graphe est pondéré
    @return parkour_l : liste des sommets parcours en largeur
    """

    return parkour_l

print("Profondeur")
print(dfs(g_suc, 0, True))
print(dfs(g_suc_np, 0))
print("Largeur")
print(bfs(g_suc, 0, True))
print(bfs(g_suc_np, 0))
```

Compléments

Pour ceux qui vont vite, programmer la recherche de cycles ainsi que celle d'un chemin entre deux sommets. On se placera dans le cas d'un graphe non pondéré.

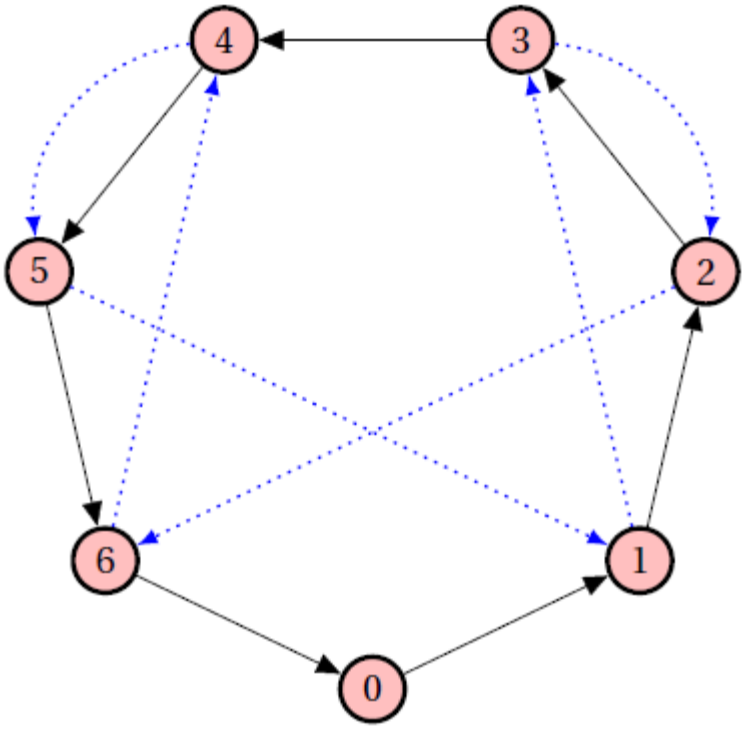
In [ ]:
```
def distances_chemin(g_s, depart, arrivee):
    """
    Renvoie les distances entre le sommet de départ et tous les aut
res sommets,
    ainsi qu'un chemin entre deux sommets d'un graphe non pondéré d
onné sous forme de liste de successeurs.
    Ici on utilise le parcours en largeur.
    @param g_s : dictionnaire des listes de successeurs du graphe n
on pondéré
    @param depart : entier, sommet de départ du chemin
    @param arrivee : entier, sommet d'arrivée du chemin
    @return promenade : liste des sommets parcourus pour aller du d
épart à l'arrivée
    @return distance : longueur du chemin en nombre d'arêtes
    """

    return distances, promenade

def cycle(g_s, depart):
    """
    recherche d'un cycle dans un graphe donné sous forme de liste d
e successeurs
    Basé sur le parcours en profondeur
    @param g_s : dictionnaire des listes de successeurs du graphe
    @param depart : entier, sommet de départ du parcours
    @return : booléen Vrai si le graphe possède au moins un cycle,
faux sinon
    @return pred : tableau des prédécesseurs (dans le cas où le ret
our vaut Vrai), None sinon
    """

    return False, None


print(distances_chemin(g_suc_np, 0, 4))
print(cycle(g_suc_np, 0))
```

Application

Un critère graphe-ique de divisibilité par 7

Source : [https://blogdemaths.wordpress.com/2013/02/02/un-critere-visuel-de-divisibilite-par-7/ (https://blogdemaths.wordpress.com/2013/02/02/un-critere-visuel-de-divisibilite-par-7/)](https://blogdemaths.wordpress.com/2013/02/02/un-critere-visuel-de-divisibilite-par-7/)

Le graphe orienté suivant permet de savoir si un nombre n est divisible par 7.

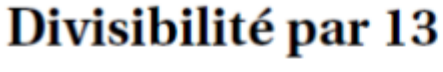


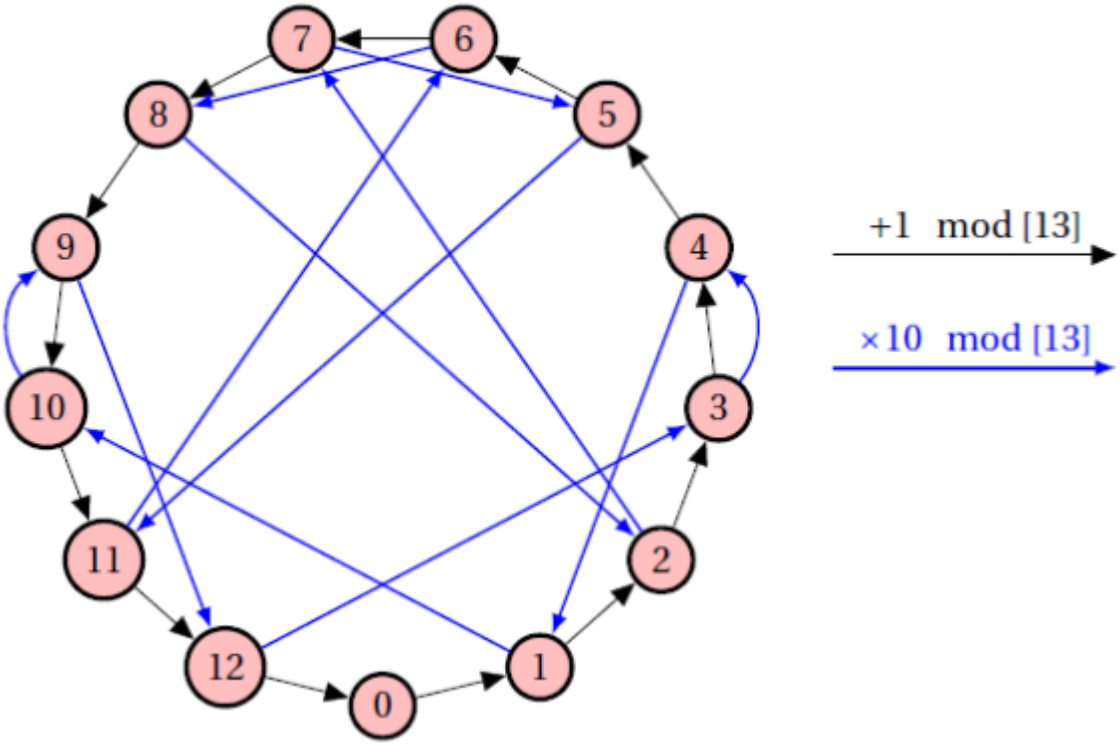
Il s'utilise comme suit:

1. Partir du noeud 0
2. Parcourir autant de flèches noires que le premier chiffre de n.
3. Parcourir une flèche bleue
4. S'il reste au moins deux chiffres dans n, supprimer le premier et boucler sur 2.
5. Le nombre est divisible par 7 si et seulement si le noeud d'arrivée est 0

Tester cet algorithme à la main avec 437 et 378.
Le programmer (il est indispensable de réfléchir à l'implémentation à utiliser, on rajoutera un arc `0 -> 0`).
Le programme renverra la liste des sommets parcourus, et affichera le résultat sous la forme `a->b->...` , puis la conclusion. Tester le programme avec des grands nombres (comme 481466241735205727 ou 23197055899603)

Remarque : la méthode se généralise. Elle est justifiée [ici (https://blogdemaths.wordpress.com/2013/02/02/un-critere-visuel-de-divisibilite-par-7/)](https://blogdemaths.wordpress.com/2013/02/02/un-critere-visuel-de-divisibilite-par-7/). Voici par exemple le graphe pour la divisibilité par 13 :





In [ ]:

<hr style="color:black; height:1px />

frederic.mandon @ ac-montpellier.fr, Lycée Jean Jaurès - Saint Clément de Rivière - France